

# Astuces de calcul mental et écrit

(Gerard Sookahet – juillet 2023)

Voici une compilation d'astuces de calcul mental ou écrit qui facilitent principalement les opérations de multiplication et de division. Ces calculs se réalisent plus rapidement en observant au préalable les structures et les propriétés particulières des nombres ainsi que la position des chiffres.

Certaines de ces astuces vous seront peut-être familières ou évidentes. Pour les utiliser toutes dans la vie réelle, un peu d'entraînement s'avère nécessaire. Cependant, en retenir quelques unes est chose aisée.

## Quelques définitions et conventions utilisées

**Base** : Nombre se terminant par 0, 00, 000, 0000, ....

**L'unité** : chiffre des unités

**La dizaine** : chiffre des dizaines

**La centaine** : chiffre des centaines

**Complément à 9** : chiffre qu'il faut ajouter à un nombre pour atteindre 9

**Complément à 10** : chiffre qu'il faut ajouter à un nombre pour atteindre 10

**Doubler** : multiplier par 2

**Moitié** : diviser par 2

## Sommaire

### Multiplication

Multiplier par 11

Multiplier 2 nombres à 2 chiffres quelconques

Multiplier 2 nombres à 2 chiffres dans la même dizaine et dont la somme des unités vaut 10

Multiplier 2 nombres à 2 chiffres avec les mêmes unités et dont la somme des dizaines vaut 10

Multiplier 2 nombres entre 10 et 19

Multiplier 2 nombres entre 100 et 109

Multiplier 2 nombres proches d'une base

Multiplier par 5

Multiplier par 25

Multiplier par 125

Multiplier par 15

Multiplier 2 nombres se terminant par 5

Multiplier par 9

Multiplier un nombre à 2 chiffres par 99

Multiplier un nombre à 3 chiffres par 999

Retenir la table de 9

Multiplier par 12

Multiplier par 13

Multiplier par 21

Multiplier par 31

Multiplier par 41, 51, 61, 71, 81, 91

Multiplier par 111 un nombre à 3 chiffres

Multiplier par 211 un nombre à 3 chiffres

Multiplier par 311, 411, 511, 611, 711, 811, 911, un nombre à 3 chiffres

Multiplier 2 nombres de 2 chiffres à égale distance d'une dizaine

### Division

Diviser par 5

Diviser par 25

Diviser par 125

Diviser par 15  
Diviser un nombre de 2 chiffres par 9  
Diviser un nombre quelconque par 9  
Diviser par 11  
Vérifier qu'un nombre est divisible par 3  
Vérifier qu'un nombre est divisible par 4  
Vérifier qu'un nombre est divisible par 7  
Vérifier qu'un nombre est divisible par 9  
Vérifier qu'un nombre est divisible par 11

## **Soustraction**

Soustraire 100 d'un nombre compris entre 99 et 100  
Soustraire 1000 d'un nombre compris entre 999 et 1000  
Soustraire 10000 d'un nombre compris entre 9999 et 10000 ...

## **Carré et cube**

Carré d'un nombre entre 50 à 59  
Carré d'un nombre de 2 chiffres se terminant par 5  
Carré d'un nombre de 2 chiffres se terminant par 25  
Carré d'un nombre de 2 chiffres se terminant par 125  
Carré d'un nombre proche d'une base  
Carré d'un nombre à 2 chiffres  
Cube d'un nombre à 2 chiffres  
Cube d'un nombre ayant les 2 mêmes chiffres  
Cube d'un nombre à 2 chiffres se terminant par 1  
Cube d'un nombre proche d'une base

## **Racine**

Approximation de la racine carrée d'un nombre  
Approximation de la racine cubique d'un nombre  
Approximation de la racine nième d'un nombre

## **Unités**

Additionner des heures et des minutes  
Convertir des kilomètres en miles approximativement  
Convertir des miles en kilomètres approximativement  
Convertir approximativement des kilogrammes en pounds  
Convertir approximativement des pounds en kilogrammes

## **Trigonométrie**

Sinus d'un angle entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$   
Cosinus d'un angle entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$

## **Pourcentage**

Calcul de pourcentage  
Calcul d'un prix après remise

# Multiplication

## Multiplier par 11

### Avec 1 chiffre

Répéter 2 fois le chiffre

$$1 \times 11 = 11$$

$$2 \times 11 = 22$$

$$3 \times 11 = 33$$

....

$$9 \times 11 = 99$$

### Avec un nombre à 2 chiffres

La dizaine fournit le 1er chiffre

L'unité fournit le dernier

Entre les deux on met la somme de ces 2 chiffres

Tenir compte de la retenue

$$12 \times 11 = 1 (1+2) 2 = \mathbf{132}$$

$$27 \times 11 = 2 (2+7) 7 = \mathbf{297}$$

Si la somme excède 9, on reporte la retenue sur le 1<sup>er</sup> chiffre.

$$57 \times 11 = 5 (5+7) 7 = 5 (12) 7 = (5+1) 2 7 = \mathbf{627}$$

$$97 \times 11 = 9 (9+7) 7 = 9 (16) 7 = (9+1) 6 7 = \mathbf{1067}$$

### Avec un nombre à 3 chiffres

La centaine fournit le 1er chiffre

L'unité fournit le dernier

Entre les deux on met la somme de la centaine et de la dizaine

Et la somme de la dizaine et de l'unité

Tenir compte des retenues

$$123 \times 11 = 1 (2+1) (2+3) 3 = \mathbf{1353}$$

$$543 \times 11 = 5 (5+4) (4+3) 3 = \mathbf{5973}$$

Si les sommes excèdent 9, on reporte la retenue sur le chiffre de gauche.

$$246 \times 11 = 2 (2+4) (4+6) 6 = 2 (6) (10) 6 = 2 (6+1) 0 6 = \mathbf{2706}$$

$$684 \times 11 = 6 (6+8) (8+4) 4 = 6 (14) (12) 4 = (6+1) (4+1) 2 4 = \mathbf{7524}$$

### Avec un nombre à n chiffres

Le principe est le même que pour un nombre à 3 chiffres en faisant des sommes de chiffres deux à deux et en reportant les retenues vers la gauche.

$$\begin{aligned}
12345678 \times 11 &= 1 (1+2) (2+3) (3+4) (4+5) (5+6) (6+7) (7+8) 8 \\
&= 1 (3) (5) (7) (9) (11) (13) (15) 8 \\
&= 1 (3) (5) (7) (1+9) (1+1) (3+1) 5 8 \\
&= 1 (3) (5) (7) (10) (2) (4) 5 8 \\
&= 1 (3) (5) (7+1) (0) (2) (4) 5 8 \\
&= \mathbf{135802458}
\end{aligned}$$

## Multiplier 2 nombres à 2 chiffres quelconques

Multiplication croisée  
Tenir compte des retenues

Si le nombre s'écrit ab :

$$\begin{array}{ccc}
a & a & b & b \\
| & \diagdown & & | \\
c & c & d & d
\end{array}$$

$$(ac) (ad+bc) (bd)$$

$$62 \times 34 = (6 \times 3) (6 \times 4 + 2 \times 3) (2 \times 4) = (18) (30) (8) = (18+3) 0 8 = \mathbf{2108}$$

## Multiplier 2 nombres de 2 chiffres dans la même dizaine et dont la somme des unités vaut 10

La dizaine multipliée par la dizaine plus 1 fourni les 2 premiers chiffres  
Les 2 derniers chiffres sont le produit des unités

$$41 \times 49 = 4 \times (4+1) 1 \times 9 = (4 \times 5) 09 = \mathbf{2009}$$

$$84 \times 86 = 8 \times (8+1) 4 \times 6 = (8 \times 9) 24 = \mathbf{7224}$$

## Multiplier 2 nombres de 2 chiffres avec les mêmes unités et dont la somme des dizaines vaut 10

Multiplier les 2 dizaines et ajouter le chiffre des unités  
Élever au carré l'unité  
Coller les 2 résultats

$$74 \times 34 = (7 \times 3 + 4) (4 \times 4) \rightarrow (25)(16) \rightarrow \mathbf{2516}$$

$$27 \times 87 = (2 \times 8 + 7) (7 \times 7) \rightarrow (23)(49) \rightarrow \mathbf{2349}$$

## Multiplier 2 nombres de 2 chiffres à égale distance d'une dizaine

Soustraire le plus grand des 2 de la dizaine  
Élever au carré ce résultat  
Élever au carré la dizaine  
Faire la différence

### 37x43

40 (dizaine à égale distance)  
 $43 - 40 = 3$  (soustraire le plus grand des 2 de la dizaine)  
 $3^2 = 9$  (élever au carré le résultat)  
 $40^2 = 1600$  (élever au carré la dizaine)  
 $1600 - 9 = \mathbf{1591}$  (faire la différence)

### Multiplier 2 nombres entre 10 et 19

Faire la somme de l'unité du plus petit avec le nombre le plus grand  
Multiplier le résultat par 10  
Multiplier les unités des 2 nombres  
Faire la somme de ces résultats

$19 \times 14 = (19+4) \times 10 + (4 \times 9) = 23 \times 10 + 36 = 230 + 36 = \mathbf{266}$   
 $15 \times 12 = (15+2) \times 10 + (5 \times 2) = 17 \times 10 + 10 = 170 + 10 = \mathbf{180}$

### Multiplier 2 nombres entre 100 et 109

Le 1er chiffre est 1  
Les 2 derniers chiffres sont le produit des unités  
Entre les deux placer la somme des unités

104x106

1 (le 1er chiffre)  
 $6 \times 4 = 24$  (les 2 derniers chiffres)  
 $6 + 4 = 10$  (entre les deux)

$104 \times 106 = \mathbf{11024}$

102x103

1  
 $2 \times 3 = 6 = 06$   
 $2 + 3 = 5 = 05$

$102 \times 103 = \mathbf{10506}$

### Multiplier 2 nombres proche d'une base

Placer les 2 nombres à multiplier en colonne  
Placer la différence entre le nombre et la base sur une 2ième colonne  
Additionner les nombres dans l'une ou l'autre diagonale et coller le nombre de zéros de la base  
Multiplier les nombres de la 2ième colonne  
Coller les 2 résultats

### 96x98

Base = 100

96    -4  
  ↙  ↘  
98    -2

$96 - 2 = 94 \rightarrow 9400$  et  $-4 \times -2 = 08$

$96 \times 98 = 9400 + 8 = \mathbf{9408}$

991x987

Base = 1000

991    -9  
  ↙  ↘  
987   -13

$987 - 9 = 988 \rightarrow 988000$  et  $-9 \times -13 = 117$

$991 \times 987 = 988000 + 117 = \mathbf{988117}$

### 96x103

Base = 100

96    -4  
  ↙  ↘  
103   +3

$96 + 3 = 99 \rightarrow 9900$  et  $-4 \times 3 = -12$

$96 \times 103 = 9900 - 12 = \mathbf{9888}$

Bonus : avec comme base 50 (=  $100 \div 2$ )

### 47x44

47    -3  
  ↙  ↘  
44    -6

$44 - 3 = 41 \rightarrow 4100 \rightarrow 4100 \div 2 = 2050$  et  $-3 \times -6 = 18$

$47 \times 44 = 2050 + 18 = \mathbf{2068}$

## Multiplier par 5

Ajouter un 0 à droite et diviser par 2

$$17 \times 5 = 170 \div 2 = \mathbf{85}$$

### Multiplier par 25

Ajouter deux 0 à droite et diviser par 2 deux fois

$$24 \times 25 \rightarrow 2400 \div 2 = 1200 \rightarrow 1200 \div 2 = \mathbf{600}$$

### Multiplier par 125

Ajouter trois 0 à droite et diviser par 2 trois fois

$$122 \times 25 \rightarrow 122000 \div 2 \rightarrow 61000 \div 2 \rightarrow 30500 \div 2 = \mathbf{15250}$$

### Multiplier par 15

Ajouter un 0 à droite  
Diviser par 2 le résultat  
Additionner les 2

#### 123x15

$$\begin{aligned} 1230 \\ 1230 \div 2 &= 615 \\ 1230 + 615 &= \mathbf{1845} \end{aligned}$$

### Multiplier 2 nombres se terminant par 5

Faire la différence entre les 2 nombres sans les unités  
Si cette différence est impaire, le résultat se termine par 75  
Si cette différence est paire, le résultat se termine par 25  
Multiplier ces 2 nombres  
Faire la moyenne de ces 2 nombres et arrondir à l'entier inférieur si nécessaire  
Ajouter le résultat de la multiplication à la moyenne  
Coller le résultat précédent avec le résultat terminal obtenu plus haut

#### 135x65

$$\begin{aligned} 13 - 6 &= 7 \rightarrow \text{Le résultat final se termine par 75} \\ 13 \times 6 &= 78 \\ (13+6)/2 &= 9 \\ 78+9 &= 87 \end{aligned}$$

$$135 \times 65 = 8775$$

## Multiplier par 9

Soustraire le nombre par lui-même auquel on a retiré l'unité et soustraire de 1  
Le chiffre des unités est l'unité de la multiplication par 9 du dernier chiffre

### 76x9

$$76 - 7 - 1 = 68$$

$$9 \times 6 = 54 \rightarrow 4$$

$$76 \times 9 = \mathbf{684}$$

$$568 \times 9$$

$$568 - 56 - 1 = 511$$

$$9 \times 8 = 72 \rightarrow 2$$

$$568 \times 9 = \mathbf{5112}$$

## Multiplier un nombre de 2 chiffres par 99

La partie droite est le nombre moins 1  
La partie gauche est 100 moins le nombre

### 64x99

$$64 - 1 = 63$$

$$100 - 64 = 36$$

$$64 \times 99 = \mathbf{6336}$$

### 96x99

$$96 - 1 = 95$$

$$100 - 96 = 04$$

$$96 \times 99 = \mathbf{9504}$$

## Multiplier un nombre de 3 chiffres par 999

La partie droite est le nombre moins 1  
La partie gauche est 1000 moins le nombre

### 234x999

$$234 - 1 = 233$$



$$1000 - 234 = 766$$

$$234 \times 999 = \mathbf{233766}$$

Le même principe s'applique pour un nombre de 4 chiffres avec 9999.  
Pour la partie droite, la soustraction se fera avec 10000.

## Retenir la table de 9

Le 1er chiffre est le multiplicateur moins 1  
Le 2nd chiffre est le complément à 10 du multiplicateur

$$\begin{aligned} 1 \times 9 &= 9 \quad (1-1) \quad (10-1) \rightarrow (0) \quad (9) \rightarrow 09 \\ 2 \times 9 &= 18 \quad (2-1) \quad (10-2) \rightarrow (1) \quad (8) \rightarrow 18 \\ 3 \times 9 &= 27 \quad (3-1) \quad (10-3) \rightarrow (2) \quad (7) \rightarrow 27 \\ 4 \times 9 &= 36 \quad (4-1) \quad (10-4) \rightarrow (3) \quad (6) \rightarrow 36 \\ &\dots \\ 9 \times 9 &= 81 \quad (9-1) \quad (10-9) \rightarrow (8) \quad (1) \rightarrow 81 \end{aligned}$$

## Multiplier par 12

Doubler chaque chiffre avant de l'ajouter à son voisin de droite en partant de l'unité  
Tenir compte des retenues

### 312x12

$$\begin{aligned} 2 \times 2 + 0 &= \mathbf{4} \\ 1 \times 2 + 2 &= \mathbf{4} \\ 3 \times 2 + 1 &= \mathbf{7} \\ 0 \times 2 + 3 &= \mathbf{3} \\ 312 \times 12 &= \mathbf{3744} \end{aligned}$$

### 34564x12

$$\begin{aligned} 4 \times 2 + 0 &= \mathbf{8} \\ 6 \times 2 + 4 &= \mathbf{16} \\ 5 \times 2 + 6 + 1 &= \mathbf{17} \\ 4 \times 2 + 5 + 1 &= \mathbf{14} \\ 3 \times 2 + 4 + 1 &= \mathbf{11} \\ 3 + 1 &= \mathbf{4} \\ 34564 \times 12 &= \mathbf{414768} \end{aligned}$$

## Multiplier par 13

Tripler chaque chiffre avant de l'ajouter à son voisin de gauche en partant de l'unité  
Tenir compte des retenues

### 223x13

$$\begin{aligned}3 \times 3 + 0 &= \mathbf{9} \\2 \times 3 + 3 &= \mathbf{9} \\2 \times 3 + 2 &= \mathbf{8} \\0 \times 3 + 2 &= \mathbf{2}\end{aligned}$$

$$223 \times 23 = \mathbf{2899}$$

### **1515x13**

$$\begin{aligned}5 \times 3 + 0 &= \mathbf{15} \\1 \times 3 + 5 + 1 &= \mathbf{9} \\5 \times 3 + 1 &= \mathbf{16} \\1 \times 3 + 5 + 1 &= \mathbf{9} \\0 \times 3 + 1 &= \mathbf{1} \\1515 \times 13 &= \mathbf{19695}\end{aligned}$$

## **Multiplier par 21**

Doubler le nombre  
Ajouter ce résultat au nombre sans l'unité  
Coller l'unité à la fin

### **256x21**

$$\begin{aligned}256 \times 2 &= 512 \\512 + 25 &= 537 \\256 \times 21 &= \mathbf{5376}\end{aligned}$$

## **Multiplier par 31**

Tripler le nombre  
Ajouter ce résultat au nombre sans l'unité  
Coller l'unité à la fin

### **156x31**

$$\begin{aligned}256 \times 3 &= 468 \\468 + 15 &= 483 \\156 \times 31 &= \mathbf{4836}\end{aligned}$$

## **Multiplier par 41, 51, 61, 81, 91**

Le principe est le même que précédemment.  
Le nombre est multiplié respectivement par 4, 5, 6, 7, 8, 9

### **102x71**

$$\begin{aligned}102 \times 7 &= 714 \\714 + 10 &= 724 \\102 \times 71 &= \mathbf{7242}\end{aligned}$$

## 17x51

$$17 \times 5 = 85$$

$$85 + 1 = 86$$

$$17 \times 51 = \mathbf{867}$$

## Multiplier par 111 un nombre à 3 chiffres

La centaine fournit le 1er chiffre

L'unité fournit le dernier

L'avant dernier nombre est la somme de la dizaine avec l'unité

L'avant-avant dernier nombre est la somme des 3 chiffres

L'avant-avant-avant dernier nombre est la somme de la centaine et de la dizaine

Tenir compte des retenues

$$\begin{aligned} 246 \times 111 &= 2 (2+4) (2+4+6) (4+6) 6 \\ &= 2 (6) (12) (10) 6 \\ &= 2 (6+1) (2+1) 0 6 \\ &= 2 (7) (3) 0 6 \\ &= \mathbf{27306} \end{aligned}$$

## Multiplier par 211 un nombre à 3 chiffres

Doubler le nombre

Ajouter ce résultat au nombre sans l'unité et au nombre sans la dizaine et l'unité

Coller la somme de la dizaine et de l'unité à la fin

Coller l'unité à la fin

Tenir compte des retenues

## 234x211

$$234 \times 2 = 468$$

$$468 + 23 + 2 = 493$$

$$(493) (3+4) (4) = (493) (7) (4) = \mathbf{49374}$$

## Multiplier par 311, 411, 511, 611, 811, 911, un nombre à 3 chiffres

Le principe est le même que précédemment.

Le nombre est multiplié respectivement par 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

## 128x811

$$128 \times 8 = 1024$$

$$1024 + 12 + 1 = 1037$$

$$(1037) (2+8) (8) = (1037) (10) (8) = \mathbf{103808}$$

# Division

## Diviser 5

Doubler le nombre  
Placer la virgule entre la dizaine et l'unité

$$234 \div 5 \rightarrow 234 \times 2 = 468 \rightarrow 46.8$$
$$515 \div 5 \rightarrow 515 \times 2 = 1030 \rightarrow 103.0 \rightarrow \mathbf{103}$$

## Diviser par 25

Doubler le nombre 2 fois  
Placer la virgule entre la centaine et la dizaine

$$146 \div 25 \rightarrow 146 \times 2 \times 2 = 292 \times 2 = 584 \rightarrow \mathbf{5.84}$$

## Diviser par 125

Doubler le nombre 3 fois  
Placer la virgule entre le millier et la centaine

$$248 \div 125 \rightarrow 248 \times 2 \times 2 \times 2 = 496 \times 2 \times 2 = 992 \times 2 = 1984 \rightarrow \mathbf{1.984}$$

## Diviser par 15

Doubler le nombre  
Diviser par 3  
Décaler la virgule d'une unité vers la droite

$$218 \div 15$$

$$218 \times 2 = 436$$
$$436 \div 3 = 145.3$$
$$218 \div 15 \sim \mathbf{14.53}$$

$$14 \div 15$$

$$14 \times 2 = 28$$
$$28 \div 3 = 9.3$$
$$14 \div 15 \sim \mathbf{0.93}$$

## Diviser un nombre de 2 chiffres par 9

Le quotient est égal à la dizaine  
Le reste est égal à la somme des 2 chiffres  
Si le reste est plus grand que 9 on lui soustrait 9 et on propage la retenue au quotient

$$42/9$$
$$Q = 4$$
$$R = 4+2 = 6$$

$$67/9$$
$$Q = 6$$
$$R = 6+7 = 13 \rightarrow R = 13 - 9 = 4$$
$$Q = 6+1 = 7$$

## Diviser un nombre quelconque par 9

Le reste est la somme des chiffres du dividende plusieurs fois jusqu'à obtenir un seul chiffre  
Le premier chiffre du quotient est le premier chiffre du dividende  
Le prochain chiffre du quotient est la somme du chiffre précédent avec le prochain chiffre du dividende  
Si le résultat est supérieur à neuf on reporte 1 au chiffre précédent  
Le dernier chiffre du dividende ne compte pas sauf si il faut reporter une retenue

### 12345÷9

$1+2+3+4+5=15 \rightarrow 1+5 = 6$  donc le reste est **6**  
1<sup>er</sup> chiffre du dividende : 1  
2<sup>ème</sup> chiffre du dividende :  $1+2 = 3$   
3<sup>ième</sup> chiffre du dividende :  $3+3 = 6$   
4<sup>ième</sup> chiffre du dividende :  $6+4 = 10 \rightarrow 1+0 = 1$  et on ajoute 1 au chiffre précédent  $\rightarrow 6+1 = 7$

$$12345 \div 9 = \mathbf{1371}$$
 reste **6**

### 5432÷9

$5+4+3+2 = 14 \rightarrow 1+4 = 5$  donc le reste est **5**  
1<sup>er</sup> chiffre du dividende : 5  
2<sup>ème</sup> chiffre du dividende :  $5+4 = 9$   
3<sup>ième</sup> chiffre du dividende :  $9+3 = 12 \rightarrow 1+2 = 3$  et on ajoute 1 au chiffre précédent  
 $\rightarrow 9+1 = 10 \rightarrow$  On garde 0 et on ajoute 1 au 1<sup>er</sup> chiffre  $\rightarrow 5+1 = 6$

$$12345 \div 9 = \mathbf{603}$$
 reste **5**

### 109÷9

$1+0+9 = 10 \rightarrow 1+0 = 1$  donc le reste est **1**  
1<sup>er</sup> chiffre du dividende : 1  
2<sup>ème</sup> chiffre du dividende :  $1+0 = 1$   
Dernier calcul :  $1+9 = 10 \rightarrow 1+0=1$  et on ajoute 1 au chiffre précédent  
 $109 \div 9 = \mathbf{12}$  reste **1**

## Diviser par 11

Le reste est la différence entre la somme des chiffres de rang impaire et de rang pair  
Le dernier chiffre du dividende est l'unité moins le reste  
L'avant dernier chiffre du dividende est la dizaine moins le résultat précédent  
Et ainsi de suite

### 6989 ÷ 11

$$6 + 8 - (9 + 9) = 14 - 18 = -4 \text{ donc le reste est } 4$$

$$9 - 4 = 5$$

$$8 - 5 = 3$$

$$9 - 3 = 6$$

$$6989 \div 11 = \mathbf{635} \text{ reste } 4$$

### 13477 ÷ 11

$$1 + 4 + 7 - (3 + 7) = 12 - 10 = 2 \text{ donc le reste est } 2$$

$$7 - 2 = 5$$

$$7 - 5 = 2$$

$$4 - 2 = 2$$

$$3 - 2 = 1$$

$$13477 \div 11 = \mathbf{1225} \text{ reste } 2$$

## Vérifier qu'un nombre est divisible par 3

Faire la somme des chiffres plusieurs fois jusqu'à obtenir un seul chiffre Ce chiffre sera 3, 6 ou 9 qui est divisible par 3

$$1368 \rightarrow 1+3+6+8 = 18 \rightarrow 1+8=9 \text{ divisible par } 3$$

## Vérifier qu'un nombre est divisible par 4

Le dernier chiffre doit être pair  
Ajouter le dernier chiffre au double de l'avant dernier  
Le résultat doit être divisible par 4

$$2020 \rightarrow 0 + 2 \times 2 = 4 \rightarrow \text{OK}$$

$$1996 \rightarrow 6 + 2 \times 9 = 24 \rightarrow \text{OK}$$

$$1974 \rightarrow 4 + 2 \times 7 = 18 \rightarrow \text{NOK}$$

## Vérifier qu'un nombre est divisible par 7

Faire la différence entre le nombre de dizaines et le double du chiffre des unités  
Recommencer avec le résultat obtenu jusqu'à obtenir un seul chiffre  
Ce chiffre doit être 0 ou 7

$$2275 \rightarrow 227-2 \times 5 = 217 \rightarrow 21-2 \times 7 = 7 \rightarrow \text{OK}$$

## Vérifier qu'un nombre est divisible par 9

Faire la somme des chiffres plusieurs fois jusqu'à obtenir un seul chiffre  
Ce chiffre doit être 9

$$50823 \rightarrow 5+0+8+2+3 = 18 \rightarrow 1+8=9 \text{ divisible par } 9$$

## Vérifier qu'un nombre est divisible par 11

Faire la différence entre la somme des chiffres de rang impaire et de rang pair  
Le résultat sera divisible par 11

$$64669 \rightarrow (6+6+9) - (4+6) = 21 - 10 = 11 \rightarrow \text{OK}$$

$$40686316 \rightarrow (0+8+3+6) - (4+6+6+1) = 17 - 17 = 0 \rightarrow \text{OK}$$

## Soustraction

**Soustraire 100 d'un nombre compris entre 99 et 10**

**Soustraire 1000 d'un nombre compris entre 999 et 100**

**Soustraire 10000 d'un nombre compris entre 9999 et 1000 ....**

Complément à 10 pour l'unité  
Complément à 9 pour les autres chiffres

$$1000 - 678$$

$$6 \rightarrow 3 \quad (9-6)$$

$$7 \rightarrow 2 \quad (9-7)$$

$$8 \rightarrow 2 \quad (10-8)$$

$$1000-678 = \mathbf{322}$$

$$10000 - 7342$$

$$7 \rightarrow 2$$

$$3 \rightarrow 6$$

$$4 \rightarrow 5$$

$$2 \rightarrow 8$$

$$10000 - 7342 = \mathbf{2658}$$

## Carré et cube

### Carré d'un nombre entre 50 à 59

Les 2 derniers chiffres sont l'unité au carré  
Les 2 premiers chiffres sont 25 plus l'unité

$$54^2 = (25+4) (4 \times 4) = \mathbf{2916}$$

$$59^2 = (25+9) (9 \times 9) = \mathbf{3481}$$

### Carré d'un nombre de 2 chiffres se terminant par 5

La dizaine multipliée par la dizaine plus 1 fourni les 2 premiers chiffres  
Le résultat se termine par 25

$$45^2 = 4 \times (4+1) (25) = (4 \times 5) (25) = \mathbf{2025}$$

$$95^2 = 9 \times (9+1) (25) = (9 \times 10) (25) = \mathbf{9025}$$

### Carré d'un nombre de 3 chiffres se terminant par 25

La centaine multipliée par la centaine auquel on colle un 5 fourni les 3 premiers chiffres  
Le résultat se termine par 625

$$125^2 = 1 \times (15) (625) = (015) (625) = \mathbf{15625}$$

$$725^2 = 7 \times (75) (625) = (525) (625) = \mathbf{525625}$$

### Carré d'un nombre de 4 chiffres se terminant par 125

Multiplier le millier par le millier auquel on a collé 25  
Ajouter 1 pour obtenir les 4 premiers chiffres  
Le résultat se termine par 5625

$$1125^2 = (1 \times 125 + 1) (5625) = (0126) (5625) = \mathbf{1265625}$$

$$4125^2 = (4 \times 425 + 1) (5625) = (1704) (5625) = \mathbf{17045625}$$



## Carré d'un nombre proche d'une base

Choisir la base la plus proche  
Faire la différence  
Ajouter cette différence au nombre  
Multiplier le résultat par la base  
Ajouter ce résultat au carré de la différence

### 97<sup>2</sup>

100	(Base)
97-100 = -3	(Différence)
97+(-3) = 94	(Nombre+Différence)
94x100 = 9400	(Résultat multiplié par la base)
9400+(-3) <sup>2</sup> = <b>9409</b>	(Résultat ajouté à la différence au carré)

## Carré d'un nombre à 2 chiffres

Chercher la dizaine la plus proche  
Faire la différence  
Ajouter cette différence au nombre  
Multiplier le résultat par la dizaine  
Ajouter ce résultat au carré de la différence

### 26<sup>2</sup>

30	(dizaine la plus proche)
26-30 = -4	(Différence)
26+(-4) = 22	(Nombre+Différence)
22x30 = 660	(Résultat multiplié par la dizaine)
660+(-4) <sup>2</sup> = <b>676</b>	(Résultat ajouté à la Différence au carré)

## Cube d'un nombre à 2 chiffres

Sur une 1ère ligne écrire la dizaine et l'unité suivi du carré de l'unité et du cube de l'unité  
Sur une 2ième ligne doubler le 2nd et 3ième terme  
Ajouter chaque colonne en propageant les retenues

### 17<sup>3</sup>

Ecrire la dizaine et l'unité suivi du carré de l'unité et du cube de l'unité

1 7 49 343

Sur une 2ième ligne doubler le 2nd et 3ième terme

1 7 49 343  
14 98

Ajouter chaque colonne en propageant les retenues (en italique)

```

1  7  49 343
   14 98
3 18 34
4  9  1   3

```

$$17^3 = \mathbf{4913}$$

### Cube d'un nombre ayant les 2 mêmes chiffres

Sur une 1ère ligne écrire 4 fois le cube de l'unité  
 Sur une 2ième ligne doubler le 2nd et 3ième terme  
 Ajouter chaque colonne en propageant les retenues

$$\mathbf{55^3}$$

Ecrire 4 fois  $5^3 = 125$

```
125 125 125 125
```

Sur une 2ième ligne doubler le 2nd et 3ième terme

```
125 125 125 125
   250 250
```

Ajouter chaque colonne en propageant les retenues (en italique)

```
125 125 125 125
   250 250
41 38 12
```

```
166  3  7  5
```

$$55^3 = \mathbf{166375}$$

### Cube d'un nombre à 2 chiffres se terminant par 1

Sur une 1ère ligne écrire le cube et le carré de la dizaine suivi de la dizaine et de l'unité  
 Sur une 2ième ligne doubler le 2nd et 3ième terme  
 Ajouter chaque colonne en propageant les retenues

$$\mathbf{71^3}$$

Ecrire le cube et le carré de la dizaine suivi de la dizaine et de l'unité

```
343  49  7  1
```

Sur une 2ième ligne doubler le 2nd et 3ième terme

```
343  49  7  1
   98 14
```

Ajouter chaque colonne en propageant les retenues (en italique)

$$\begin{array}{r} 343 \quad 49 \quad 7 \quad 1 \\ \quad 98 \quad 14 \\ \quad \quad 14 \quad 2 \\ 357 \quad 9 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

$$71^3 = \mathbf{357911}$$

## Cube d'un nombre proche d'une base

Choisir la base la plus proche

Faire la différence

La 1ère tranche est le nombre auquel on ajoute 2 fois la différence

La 2nde tranche est 3 fois la différence au carré

La 3ème tranche est la différence au cube

Si la 3ème tranche est négative alors la remplacer par sa somme avec la base et soustraire 1 de la tranche précédente

Le nombre de chiffre dans chaque tranche (sauf la 1ère) est égal au nombre de zéros de la base

Tenir compte des retenues

### 96<sup>3</sup>

100	(Base)
96-100 = -4	(Différence)
96+2x(-4) = 88	(1ère tranche : Nombre+2 fois la Différence)
3x(-4) <sup>2</sup> = 48	(2nde tranche : 3 fois la Différence au carré)
(-4) <sup>3</sup> = -64 → 100 - 64 = 36	(3ième tranche : Différence au cube < 0)

$$96^3 = (88) (48-1) (36) \\ = \mathbf{884736}$$

### 106<sup>3</sup>

100	(Base)
106-100 = 6	(Différence)
106+2x6 = 118	(1ère tranche : Nombre+2 fois la Différence)
3x(6) <sup>2</sup> = 108	(2nde tranche : 3 fois la Différence au carré)
(6) <sup>3</sup> = 216	(3ième tranche : Différence au cube)

$$106^3 = (118) (108) (216) \\ = (118) (108+2) (16) \\ = (118) (110) (16) \\ = (118+1) (10) (16) \\ = \mathbf{1191016}$$

### 998<sup>3</sup>

1000	(Base)
998-1000 = -2	(Différence)
998+2x(-2) = 994	(1ère tranche : Nombre+2 fois la Différence)
3x(-2) <sup>2</sup> = 12	(2nde tranche : 3 fois la Différence au carré)
(-2) <sup>3</sup> = -8 → 1000 - 8 = 992	(3ième tranche : Différence au cube < 0)

$$998^3 = (994) (12-1) (992) \\ = (994) (011) (992) \\ = \mathbf{994011992}$$

# Racines

## Approximation de la racine carrée d'un nombre

Trouver le carré parfait A le plus proche de ce nombre  
Soit B la différence entre le nombre et le carré parfait

Un résultat approximatif est  $\sqrt{A} + \frac{B}{2\sqrt{A}}$

$$\sqrt{39}$$

$$A = 36$$

$$B = 39 - 36 = 3$$

$$\sqrt{39} \sim 6 + \frac{3}{2 \times 6} = 6 + \frac{1}{4} = \mathbf{6.25}$$

$$\sqrt{567}$$

$$A = 576$$

$$B = 567 - 576 = -9$$

$$\sqrt{567} \sim 24 - \frac{9}{2 \times 24} = 24 - \frac{3}{16} = \mathbf{23.81}$$

## Approximation de la racine cubique d'un nombre

Trouver le cube parfait A le plus proche de ce nombre  
Soit B la différence entre le nombre et le cube parfait

Un résultat approximatif est  $\sqrt[3]{A} + \frac{B}{3(\sqrt[3]{A})^2}$

$$\sqrt[3]{39}$$

$$A = 27$$

$$B = 39 - 27 = 11$$

$$\sqrt[3]{39} \sim 3 + \frac{11}{3 \times 3^2} = 3 + \frac{11}{27} = \mathbf{3.4}$$

$$\sqrt[3]{567}$$

$$A = 512$$

$$B = 567 - 512 = 55$$

$$\sqrt[3]{567} \sim 8 + \frac{55}{3 \times 8^2} = 8 + \frac{55}{192} = \mathbf{8.2}$$

## Approximation de la racine nième d'un nombre

Trouver la racine nième parfaite B la plus proche de ce nombre A

Un résultat approximatif est  $(n-1)\frac{B}{n} + \frac{A}{n} \frac{1}{B^{n-1}}$

$$\sqrt[5]{37}$$

$$A = 37$$

$$B = 2 \quad (\text{car } 2^5 = 32)$$

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{37} &\sim 4 \frac{2}{5} + \frac{37}{5} \times \frac{1}{2^4} = \frac{8}{5} + \frac{37}{5 \times 16} \\ &= \frac{8 \times 16 + 37}{5 \times 16} \\ &= \frac{128 + 37}{5 \times 16} \\ &= \frac{165}{80} \\ &= \frac{33}{16} \\ &= \mathbf{2.06} \end{aligned}$$

## Unités

### Additionner des heures et des minutes

Regrouper les heures et les minutes en 1 seul nombre

Additionner les 2 temps

Si les 2 derniers chiffres du résultat sont plus grand que 59 ajouter 40

Les 2 derniers chiffres donnent les minutes et le reste les heures

$$5\text{H}38 + 2\text{H}27 \rightarrow 538 + 227 = 765 \rightarrow 765 + 40 = 805 \rightarrow \mathbf{8\text{H}05}$$

$$1\text{H}23 + 4\text{H}07 \rightarrow 123 + 407 = 530 \rightarrow \mathbf{5\text{H}30}$$

### Convertir des kilomètres en miles approximativement

Diviser par 8

Multiplier par 5

60 km ->  $60 \div 8 = 15 \div 2 \rightarrow 15 \times 5 \div 2 = 75 \div 2 \sim \mathbf{37.5 \text{ miles}}$

## Convertir des miles en kilomètres approximativement

Diviser par 5  
Multiplier par 8

nb : Diviser par 5 équivaut à multiplier par 2 et diviser par 10

70 miles ->  $70 \div 5 = 14 \rightarrow 14 \times 8 \sim \mathbf{112 \text{ km}}$

## Convertir approximativement des kilogrammes en pounds

Doubler le nombre  
Diviser le résultat par 10  
Ajouter ces 2 résultats

**134 kg**

268 (Doubler le nombre)  
26.8 (Diviser par 10)  
 $268 - 26.8 = \mathbf{294.8 \text{ pounds}}$  (Ajouter les 2 résultats)

## Convertir approximativement des pounds en kilogrammes

Diviser par 2 le nombre  
Diviser le résultat par 10  
Soustraire le 1er au 2nd

**234 pounds**

117 (Diviser par 2)  
11.7 (Diviser par 10)  
 $117 - 11.7 = \mathbf{105.3 \text{ kg}}$  (Soustraire le 1er et le 2nd)

## Trigonométrie

### Sinus d'un angle entre $0^\circ$ et $180^\circ$

Formule de Bhaskara :

$$\sin(\theta) \sim \frac{4\theta(180-\theta)}{40500-\theta(180-\theta)}$$

$$\sin 13^\circ = \frac{52 \times 167}{40500 - 13 \times 167} = \frac{520 \times 167}{38329} \sim \mathbf{0.2266}$$

## Cosinus d'un angle entre 0° et 180°

$$\cos(\theta) \sim \frac{4(8100-\theta^2)}{32400+\theta^2}$$

$$\cos 34^\circ = \frac{4 \times (8100 - 1156)}{32400 + 1156} = \frac{4 \times 6944}{33556} \sim \mathbf{0.8278}$$

## Pourcentage

### Calcul de pourcentage

- 50% -> La moitié
- 25% -> Diviser par 4 (la moitié de la moitié)
- 20% -> Diviser par 5 (doubler et décaler la virgule d'un chiffre vers la gauche)
- 10% -> Décaler la virgule d'un chiffre vers la gauche
- 5% -> La moitié puis décaler la virgule 1 chiffre vers la gauche
- 1% -> Décaler la virgule de 2 chiffres vers la gauche
- 0.5 % -> La moitié puis décaler la virgule de 2 chiffres vers la gauche
  
- 75% -> Multiplier par 3/4 ou combiner 50% et 25%
- 60% -> Combiner 50% et 10% ou 3 fois 20 %
- 40% -> Combiner 50% et 10% ou 2 fois 20 %
- 30% -> Combiner 20% et 10%

### 2.5 % de 12500

2.5 % est la moitié de 5 %

5 % de 12500 → 625 (la moitié puis décaler la virgule de 1 chiffre vers la gauche)

$$625 \div 2 = \mathbf{312.5}$$

### 3 % de 56

1 % de 56 → 0.56 (décaler la virgule de 2 chiffres vers la gauche)

$$3 \times 0.56 = \mathbf{1.68}$$

37 % de 1679

20 % de 1679 → 335.8

10 % de 1679 → 167.9

5 % de 1679 → 83.95

1 % de 1679 → 16.79

$$335.8 + 167.9 + 83.95 + 2 \times 16.79 = \mathbf{621.23}$$

## Calcul d'un prix après remise

Un prix initial A avec une remise de B%  
Multiplier A par le complément à 100 de B  
Décaler la virgule de 2 chiffres vers la gauche

Prix initial de 76 EUR avec une remise de 22%

$$\begin{aligned} 76 \times (100 - 22) &= 76 \times 78 \\ &= (7 \times 7) (7 \times 8 + 7 \times 6) (6 \times 8) && \text{(multiplication croisée)} \\ &= (49) (98) (48) \\ &= (49) (98 + 4) 8 \\ &= (49) (102) 8 \\ &= (49 + 10) 28 \\ &= 5928 \end{aligned}$$

Remise = **59.28**

*(1ère version : avril 2022)*